



APOSTILA DE MATLAB
2009



1 - INTRODUÇÃO

1.1 – Conceitos, comandos e simbologia

Todos os arquivos com extensão **m** são executáveis no MATLAB, os comandos podem ser editados no editor deste software (de preferência) ou em outro editor de texto como o editor **edit** do DOS.

M-file editor: editor de documentos do MATLAB, onde você pode digitar programas salvando-os em arquivos com extensão **m** (tornando estes arquivos executáveis). Para acionar o editor de textos dentro do próprio Matlab, acione sequencialmente, as opções do menu:

File

New

M-File

Dentro do MATLAB você pode usar comandos semelhantes ao do DOS ou interagir com eles, a seguir vem alguns deles:

addpath dir1: faz com que você possa, posteriormente, executar ou carregar um arquivo gravado no diretório dir1.

cd: mostra o corrente diretório que você está trabalhando.

delete(nome arquivo): apaga o nome do arquivo especificado.

Workspace: janela que se abre para mostrar o nome e características das variáveis usadas no MATLAB num determinado instante. Por exemplo, quando se usa os comandos **who** ou **whos** esta janela é acionada. Também pode ser usado o ícone (semelhante a um cubo) do Workspace browser para executar essa tarefa.

Command history: mostra os últimos comandos digitados.

Path browser: muda o path (o caminho), onde são lidos os arquivos no MATLAB .

Palavras em negrito: representa termos e fatos importantes.

Palavras em negrito itálico: novos termos.

Palavras em negrito na inicial dos nomes: nomes de teclas, menus, itens de menus, nome de funções, arquivos e comandos.

Palavras em itálico: títulos de livros, empresas, etc.

1.2 - Comandos, Variáveis e Símbolos Especiais

Comandos no Matlab: são editados em letras minúsculas

Nome de variáveis: o nome de uma variável pode ser definido como uma letra ou um conjunto de caracteres, havendo o caso sensível, isto é, uma variável em letra minúscula é diferente daquela mesma em letra maiúscula. Se for usar mais de uma palavra para representar uma variável, deve ser usado o sinal de sublinhado para ligar os nomes que representarão a variável.

Exemplo de nomes de variáveis: a, A, preço1, val3, custo_médio, preço_de_venda, etc.

; : suprime a impressão de resultados.

% : serve para se colocar um comentário.

... : indica que uma linha é continuação de uma linha anterior.

ans: variável usada para assumir o resultado referente ao último comando.

inf: infinito (exemplo: digite 1/0).

NaN: indeterminação (exemplo: digite 0/0).

ctrl c: interrompe comandos do MATLAB.

! : seguida de um comando do DOS, acionará este comando digitado.

clc : limpa a tela (semelhante ao comando CLS do DOS).



1.3 Constantes

pi: 3,1416...

eps: $2,22 \times 10^{-14}$

i = $\sqrt{-1}$

j = $\sqrt{-1}$

2 - OPERAÇÕES ARITMÉTICAS BÁSICAS

Símbolo **Operação**

+ soma exemplo: $5 + 3$

- subtração exemplo: $6 - 2$

multiplicação normal de matrizes exemplo: $6 * 5$

/ divisão normal de matrizes

.* multiplicação elemento a elemento

/ divisão elemento a elemento de maneira semelhante a multiplicação.

\ divisão à esquerda(exemplo: $5 \setminus 25$ tem o mesmo efeito que $25/5$ que resulta: ans = 5)

3 - FUNÇÕES MATEMÁTICAS COMUNS(OBS: ALGUM EXEMPLOS)

Função	Descrição
abs(x)	módulo de x
acos(x)	arco cujo coseno é x
cos(x)	coseno de x (x em radianos)
cosh(x)	coseno hiperbólico de x
exp(x)	exponencial : e^x
gcd(x, y)	MDC dos inteiros x e y
imag(x)	parte imaginária de um complexo
lcm(x, y)	MMC dos inteiros x e y
log(x)	logaritmo natural de x
log₁₀(x)	logaritmo de x na base 10
real(x)	parte real de x
round (x)	arredonda o valor de x
sin(x)	seno de x (em radianos)
sinh(x)	seno hiperbólico de x
sqrt(x)	raiz quadrada de x
tan(x)	tangente de x

4 - COMANDOS CARACTERÍSTICOS DE JANELA

4.1 – Comandos do workspace

who : exibe o nome das variáveis usadas.

whos: exibe na tela os nomes, dimensão, número de bytes e tipos das variáveis que estão sendo usadas no momento.

what: exibe arquivos de extensão **.m** e **.mat** do diretório corrente.

disp n: exibe o conteúdo da variável **n** sem mostrar seu nome.

clear n: apaga a variável n.

clear: apaga todas as variáveis.



[x, y] = ginput(n): permite que você entre com os pares ordenados (x, y) por meio do mouse, escolha com o mouse cada ponto na janela que aparecerá na tela, sendo que **n** representa o número de pontos a serem determinados.

input ('...'): é usado para entrada de dados

exemplo: `n = input('digite um número →')`

O número que você digitar será assumido pela variável **n**.

pause: serve para pausar um comando de exibição do Matlab.

pause(n): pausa por **n** segundos.

echo on: na execução de um programa executável, gravado num arquivo **.m**, o uso desta opção permite a exibição, na tela, dos comandos usados no seu programa, para desativar esta opção usa-se o comando **echo off**.

break: termina a execução de um *loop while* ou *for*.

4.2 – Comandos relacionados a arquivos e dados

save: salva todas as variáveis que estão sendo usadas naquele momento, no formato binário num arquivo com extensão **mat** no **MATLAB**.

save data: salva todas as variáveis no arquivo **data.mat**.

save data a, b, c: salva as variáveis **a, b, c** no arquivo **data.mat**.

load filename: carrega as variáveis salvas com o comando **save** no arquivo especificado.

file print: use esses comandos do menu para imprimir o conteúdo atual da janela ativa

file new M-file: é usado para editar um arquivo com extensão **m** no editor do Matlab.

5 - Formatos de exibição de números

Supondo $a = 1/3$, quando usamos:

format short: resultará: $a = 0,3333$, ou seja, quatro casas decimais (é o default).

format short e: teremos: $a = 3.3333e-001$, ou seja, quatro casas decimais e em notação exponencial (que significa 3.3333×10^{-1}).

format short g: teremos: $a = 0.33333$, com cinco casas decimais.

format long: teremos $a = 0.3333333333333333$, com catorze casas decimais.

format long e: teremos $a = 3.333333333333333e-001$, com catorze casas decimais mais o expoente.

format hex: teremos: $a = 3fd5555555555555$ (formato hexadecimal)

format bank: teremos: $a = 0.33$, ou seja, dois dígitos decimais (no formato monetário).

format: volta ao formato normal que equivale ao **format short**.

6 - MATRIZES

6.1 - Entrada de dados

Para separar os elementos de uma dada matriz usa-se o espaço em branco ou então vírgulas e para mudar de linha usa-se ";" ou a tecla <ENTER>.

Exemplo:

`a = [1 2 3;4 5 6;7 8 9]; <Enter>` ou

`a = [1,2,3;4,5,6;7,8,9]; <Enter>` ou ainda,

`a = [1 2 3 <Enter>`

`4 5 6 <Enter>`

`7 8 9];`



6.2 – Definição de Intervalos

var = [início: increm: fim];

Define um arranjo cuja variável **var** assume os valores que variam do valor **início** até o valor **fim** com o incremento **increm**.

Exemplo:

`c = [0:0.2:5]; <Enter>`

A variável `c` assumirá valores que variam de 0 até 5, com o incremento 0,2 (0, 0.2, 0.4, ..., 4.8, 5).

Quando é excluído o incremento, ele é assumido como 1:

`d = 1:5 <Enter>`

A variável "d" assumirá os valores: 1, 2, 3, 4 e 5.

var = linspace (início, fim, number)

Define um arranjo cuja variável **var** assume os valores que variam do valor **início** até o valor **fim**, com um número determinado de termos especificado por **number**.

Exemplo:

`e = linspace (0, 2, 11); <Enter>`

A variável `e` assumirá valores que variam de 0 até 2, tendo 11 termos neste intervalo(0, 0.1, 0.2, ..., 0.9, 1).

var = logspace (início, fim, numt Er)

Do mesmo modo que **linspace**, só que os valores serão assumidos como potência de 10($10^{\text{início}}$, ..., 10^{fim}).

Exemplo:

`f = logspace (0, 2, 11)`

A variável `f` assumirá os valores respectivos de: 10^0 , $10^{0.1}$, ..., 10^2 , ou seja:

`ans =`

1.0 1.58 2.51 3.98 6.30 10.00 15.84

25.11 39.81 63.09 100.00

6.3 – Operações com matrizes

Vamos considerar como exemplo as matrizes abaixo:

$$a = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$b = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix}$$

6.3.1 – Adição de matrizes

$$c = a + b \text{ resulta } c = \begin{bmatrix} 6 & 8 \\ 10 & 12 \end{bmatrix}$$

6.3.2 – Multiplicação e divisão normal de matrizes

$$d = a * b \text{ resulta } d = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1*5+2*7 & 1*6+2*8 \\ 3*5+4*7 & 3*6+4*8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 19 & 22 \\ 43 & 50 \end{bmatrix}$$

Observação: A divisão se faz de maneira semelhante a multiplicação usando-se porém o símbolo / .

6.3.3 – Multiplicação e divisão de matrizes elementos a elementos



$$e = a \cdot b \text{ resulta } e = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1*5 & 2*6 \\ 3*7 & 4*8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 12 \\ 21 & 48 \end{bmatrix}$$

Observação: A divisão se faz de maneira semelhante a multiplicação usando-se porém o símbolo ./.

6.3.4 – Potenciação normal de matrizes

$$f = a \wedge 2 \text{ resulta } f = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1*1+2*3 & 1*2+2*4 \\ 3*1+4*3 & 3*2+4*4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 8 \\ 15 & 22 \end{bmatrix}$$

6.3.5 – Potenciação de matrizes elemento a elemento

$$g = a \wedge 2 \text{ resulta } g = \begin{bmatrix} 1*1 & 2*2 \\ 3*3 & 4*4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 9 & 16 \end{bmatrix}$$

6.3.6 - Orientação de matrizes

Você pode usar a operação de transposição para transformar um vetor linha num vetor coluna:

Exemplo:

$$a = [1 \ 2 \ 3];$$

$$b = a'$$

Cria o vetor coluna:

$$b = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

6.4 - Localização de um elemento em uma matriz

Um elemento é acionado através do seu índice, se o arranjo é um vetor linha ou um vetor coluna, basta um índice; se for uma matriz M x N qualquer teremos que referenciar a linha e a coluna do elemento que queremos.

Exemplo: É dado o arranjo:

$$b = [7 \ 2 \ 3]; \text{ pede-se } b(1), \text{ resultando } ans = 7$$

$$a = [1 \ 2 \ 3; 4 \ 5 \ 6; 7 \ 8 \ 9]; \text{ pede-se } a(2,3) \text{ e o resultado será o elemento da linha 2 e coluna 3, ou seja } ans = 6.$$

6.5 - Operações com conjuntos

Se A for [1 2 3 4 5 6 7] e B for dado por [1 3 5 8]

union (A, B): representa $A \cup B$, resulta: ans = 1 2 3 4 5 6 7 8

intersect (A,B): que simboliza $A \cap B$, resulta ans = 1 3 5

setdiff (A,B): representando $A - B$, resulta: ans = 2 4 6 7

setxor(A,B): simbolizando $(A \cup B) - (A \cap B)$, resulta: ans = 2 4 6 7 8

7 - FUNÇÕES DE MATRIZES

a' : transposta da matriz a.

det(a) : determinante de uma matriz quadrada a.

eig(a) : autovalores(raízes da polinomial característica) de a.

eye(n) : matriz identidade de dimensão n.

inv(a) : matriz inversa da matriz a.



- length(a)** : número de linhas de a.
magic(n) : matriz quadrada de dimensão n.
norm(a) : determina a norma da matriz a.
ones (n) : matriz de uns de ordem n.
poly(a) : polinomial característica da matriz a.
rand(m, n) : determina uma matriz aleatória de dimensão m por n ,com valores uniformemente distribuídos entre 0 e 1.
randn(n) : determina uma matriz quadrada aleatória n por n com média 0 e variância 1, com valores uniformemente distribuídos entre 0 e 1.
size(a) : dá as dimensões da matriz a.
trace(a) : soma de elementos da diagonal da matriz a.
zeros(n) : matriz de zeros de ordem n.
dot(a, b) : determina o produto escalar de **a** por **b**(onde **a** e **b** contém os respectivos coeficientes das componentes i, j e k dos eixos ortogonais).
sum(a.*b) : também determina o produto escalar de **a** por **b**(onde **a** e **b** contém os respectivos coeficientes das componentes i, j e k dos eixos ortogonais).
cross(a, b) : determina o produto vetorial de **a** por **b**(onde **a** e **b** contém os respectivos coeficientes das componentes i, j e k dos eixos ortogonais).

8 - OPERAÇÕES RELACIONAIS E LÓGICAS

8.1 - Operadores relacionais

- < : menor
<= : menor igual
> : maior
>= : maior igual
== : igual
~= : diferente

8.2 - Operadores lógicos

- & : e lógico
| : ou lógico
~ : não lógico

Ex: (a > b) & (b < c)

9 - DATA E HORA

O MATLAB oferece várias funções para manipular a hora e a data

9.1 - Tempo e data corrente

A função **clock** retorna a data e a hora corrente num arranjo.

Exemplo:

t = clock

t = 1998 10 21 09 08 39.934708,cuja ordem é ano, mês, dia, hora, minutos, segundos.

Já a função **date** especifica somente o dia /mês/ano.

Resultando por exemplo: 02-Aug-1999



9.2 - Formato de conversão

Para converter a data numérica em literais basta usar a função **datestr**.

Exemplo:

```
datestr(t)
```

```
t = 21-Out -1998 09:08:40
```

9.3 - Função data

O dia da semana pode ser encontrado usando **weekday**. O MATLAB usa a convenção onde domingo corresponde ao número 1 e sábado ao número 7.

Exemplo:

```
[d, w] = weekday('12/08/1999')
```

```
d = 4
```

```
w = wed
```

O MATLAB pode gerar um calendário de qualquer mês que você quiser, basta para isso usar o comando **calendar**.

calendar: exhibe o mês atual.

calendar(data) ou **calendar(mês, ano)**: exhibe o mês e ano especificado num destes comandos.

Exemplos:

```
s = calendar (1994,12) exhibe o mês de dezembro do ano de 1994.
```

```
calendar ( ' 7/17/94 ' ) exhibe o mês com os respectivos dias da semana do ano de 1994.
```

9.4 - Rótulo de plotagem

Para o uso de datas em gráficos (no eixo do x), usa-se o comando **datetick**.

Exemplo:

```
t = ( 1900:10:1990)
```

```
p = [75.995; 91.972; 105.711; 123.203; 131.669; 150.697; 179.323; 203.212; 226.505;  
249.633];
```

```
plot (datenum (t, 1, 1), p)
```

datetick('x ', 'yyyy '): plota no eixo x quatro dígitos para ano.

datetick('x ', 'mmyy'): plota no eixo x três dígitos para mês e dois para ano.

10 - FLUXO DE CONTROLE

10.1 - For - loops

Permite que um grupo de comandos seja repetido um número fixado de vezes.

For var = início: fim

comandos ...

end

Exemplo:

```
for a = 1:5
```

```
y = 2* a
```

```
end
```

```
a = 1 2 3 4 5
```

```
y = 2 4 6 8 10
```




Para usar dois comandos for:

```
for m = 1: 4
for n = 1: 3
a(m, n) = 2;
end
end
disp(a)
```

O resultado será:

```
2 2 2
2 2 2
2 2 2
2 2 2
```

10.2 - While - loops

Avalia um grupo de comandos em um número fixado de vezes.

```
while expressão
comandos ...
end
```

Exemplo:

```
num = 0; a = 1
while (1+ a) < 6
a = a + 1;
num = num + 1;
end
a
```

O resultado será: a = 6

10.3 - If - else – end construção

```
If expressão
comandos ...
end
```

Exemplo:

```
a = input('digite o valor de a ==> ');
b = input('digite o valor de b ==> ');
if a > 5
  b = a + 1;
end
b
```

Neste caso, se o valor de **a** lido for menor que 5, o valor de **b** impresso será o mesmo lido; se o valor de **a** lido for maior que 5, o valor de **b** impresso será igual ao de **a** + 1.

ou então pode-se usar o **loop**, para o mesmo exemplo anterior, ou seja:



```
If expressão  
comandos ... ( se a expressão for verdadeira)  
else  
comandos ... ( se a expressão for falsa)  
end
```

Exemplo:

```
a = input('digite o valor de a ==> ');  
b = input('digite o valor de b ==> ');  
if a > 5  
    b = a + 1;  
else  
    b  
end
```

10.4 - Switch case

Quando se tem várias opções de escolha:

Exemplo(para transformar polegadas ou pés em metros):

```
x = 3.5;  
unidade = 'm';  
switch unidade % Converte x para centímetros  
case {'inch','in'}  
y = x * 2.54;  
case {'feet','ft'}  
y = x * 2.54 * 12;  
case {'metro','m'}  
y = x/100;  
otherwise  
disp('acabou')  
end  
disp('y = '); disp(y)
```

O resultado será $y = 0.0350$, que representa a conversão de x metros para y centímetros.

11 - Funções .m - Regras e propriedades

Essas funções são armazenadas nos arquivos **.m**. Os resistores usados em circuitos elétricos são determinados por códigos de cores.

Exemplo:

$R = (10 * A + B) * 10^C$

Usando-se essa informação, pode-se criar um arquivo **.m** de função que retorna o valor da resistência associado com algum resistor padrão.

Exemplo:

```
resistor (' br ', ' bla ', ' r ')
```

```
ans =
```

```
1000
```

que representa a resistência de 1kilo ohm.



Segue abaixo a especificação do Matlab relacionando cores e números:

Resistor		
cor	MATLAB	número
preto	black	0
marrom	brown	1
vermelho	red	2
laranja	orange	3
amarelo	yellow	4
verde	green	5
azul	blue	6
violeta	violet	7
cinza	gray	8
branco	white	9

12 - ANÁLISE DE DADOS

É dada uma matriz :

$a = [2 \ 3 \ 5 \ ; 4 \ 9 \ 8 \ ; 1 \ 2 \ 4 \ ;]$

mean(a): para calcular a média de cada coluna.

mean(a,1): para calcular a média de cada coluna.

mean(a,2): para calcular a média de cada linha.

median(a): para determinar a mediana de cada coluna

min(a): para mostrar o menor valor.

max(a): para mostrar o maior valor.

sum(a): soma dos elementos de cada coluna.

prod(a): produto dos elementos de cada coluna.

cumsum(a): soma acumulada dos elementos de cada coluna.

cumprod(a): produto acumulado dos elementos de cada coluna.

std(a): para determinar o desvio padrão.

diff(a): para calcular a diferença entre um elemento e seu antecessor.

cov(a): serve para calcular a covariância de cada coluna de a.

corrcoef(a): é uma matriz de coeficientes de correlação onde cada linha é uma observação e cada coluna é uma variável.

sort(a): coloca em ordem crescente por coluna.

sortrows(a,n): coloca em ordem crescente por coluna somente em relação à coluna n.

power(m, n): calcula m^n .

factor(n): determina os fatores primos de n.

primes(n): determina os números primos entre 0 e n.

perms(m: n): exibe as permutações de todos números compreendidos entre m e n (sendo $m < n$).

nchoosek(m: n, p): determina as combinações de m a n, tomados p a p (sendo $m < n$).

13 - POLINÔMIOS

13.1 - Raízes

$p = [1 \ 3 \ 5 \ 7 \ 9]$ corresponde a uma equação de grau 4: $x^4 + 3x^3 + 5x^2 + 7x + 9 = 0$



roots (p): acha as raízes da equação p.

Exemplo:

a = [1 3 2]

r = roots(a)

ans =

-2

-1

poly(r) : dada as raízes **r** podemos encontrar o polinômio **a:**

poly(r)

ans =

1 3 2

que será a equação original $x^2 + 3x + 2 = 0$.

13.2 - Multiplicação

conv(a,b) : multiplica o polinômio a pelo b.

13.3 - Adição

Se a dimensão de a é igual à dimensão de b, a adição será dada por :

c = a + b

Se a dimensão de a for diferente da dimensão de b, podemos usar um dos casos:

- Preencher com zeros os coeficientes das potências que faltam em um polinômio para este igualar em dimensão com outro
- Usar a função **polyadd(a, b)**.

13.4 - Divisão

[q, r] = **deconv (a,b)**

Cuja resposta consta de duas variáveis:

q: é o quociente da divisão de a por b.

r: é o resto da divisão de a por b.

13.5 - Derivada

polyder (a): Determina a derivada de um polinômio a.

Serão exibidos os coeficientes do polinômio que representam a derivada .

Exemplo:

a = [3 5 2 -1 5]

polyder(a)

ans =

12 15 4 -1 que representa $12x^3 + 15x^2 + 4x - 1$

13.6 - Avaliação

polyval (p ,x): Avalia o polinômio p para o valor x.

Exemplo:

p = [2 4 5] que representa $2x^2 + 4x + 5$

polyval(p, 2) avalia o polinômio "p(x)" para x = 2, ou seja, p(2).

ans =

**14 - SISTEMA DE EQUAÇÕES LINEARES**

Resolve sistemas da forma:

$$\mathbf{a} * \mathbf{x} = \mathbf{b}$$

Se $\det(\mathbf{a}) \neq 0$ temos uma só solução, ou seja:

$$\mathbf{x} = \mathbf{a}^{-1} * \mathbf{b}$$

que pode ser resolvido com qualquer um dos comandos:

$$\mathbf{x} = \text{inv}(\mathbf{a}) * \mathbf{b} \quad \text{ou} \quad \mathbf{x} = \mathbf{a} \backslash \mathbf{b}$$

Exemplo:

Seja resolver o sistema de equações:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 8 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 3 \\ -x_1 + x_2 - 2x_3 = -5 \end{cases}$$

cuja entrada no Matlab será $\mathbf{a} = [1 \ 2 \ 1; 2 \ -1 \ 1; -1 \ 1 \ -2]$ Enter
 $\mathbf{b} = [8; 3; -5]$ Enter

e a solução será:

$\mathbf{x} = \text{inv}(\mathbf{a}) * \mathbf{b}$ que resultará: $\mathbf{x} = \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix}$

que representa: $\begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 2 \\ x_3 = 3 \end{cases}$

15 - ADEQUAÇÃO DE CURVAS

$\mathbf{p} = \text{polyfit}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{n})$, onde \mathbf{n} é a ordem da função de \mathbf{y} em relação a \mathbf{x} .

$\mathbf{n} = 1$: interpolação linear.

$\mathbf{n} = 2$: interpolação quadrada.

$\mathbf{n} = 3$: interpolação usando função do terceiro grau.

Exemplo:

$$\mathbf{x} = [0 \ 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7 \ 8 \ 9 \ 1];$$

$$\mathbf{y} = [-.447 \ 1.978 \ 3.28 \ 6.16 \ 7.08 \ 7.34 \ 7.66 \ 9.56 \ 9.48 \ 9.30 \ 11.2];$$

$$\mathbf{n} = 2;$$

$$\mathbf{p} = \text{polyfit}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{n})$$

$$\mathbf{p} =$$

$$-9.8108 \ 20.1293 \ -0.0317$$

Esta resposta indica que a curva do segundo grau que melhor se adequa aos pontos dados é dada pela equação:

$$y = -9.8108 x^2 + 20.1293 x - 0.0317$$

Para traçar o gráfico dessa função junto com a curva que representa os valores de \mathbf{x} e \mathbf{y} anteriores deverão ser seguidos os seguintes passos:



a) Dar valores para traçar a curva mais adequada:

`xi = linspace(0,1, 100)`

b) Avalia a função nestes pontos:

`z = polyval(p, xi)`

c) Traça as duas curvas no mesmo gráfico :

`plot(x, y, 'r', xi, z, ':')` Traça duas curvas no mesmo gráfico, onde a primeira curva, traçada na cor vermelha representa uma linha ligando os pontos dados; e a segunda curva, na cor amarela e pontilhada, representa a curva de adequação encontrada.

16 - ANÁLISE NÚMERICA

16.1 – Plotagem

A plotagem de uma função deve obedecer a uma simples avaliação da função sobre algum intervalo e plotando os vetores resultantes.

fplot: avalia cuidadosamente a função a ser plotada, sendo dado um intervalo. Trabalha com qualquer função M- file que tenha um vetor de grandeza igual ao vetor já dado.

16.2 - Achando os zeros

fzero('função', h): determina onde a função especificada corta o eixo x mais próximo da abscissa $x = h$.

Exemplo:

`xzero = fzero('cos',0.1)`

`xzero =`
`-1.5708`

No exemplo, o valor $x = -1.5708$ representa onde a função $y = \cos(x)$ corta o eixo dos y, na abscissa mais próximo de $x = 0.1$.

yzero = função(xzero): determina o valor de y correspondente ao valor de $x = xzero$.

16.3 – Integração

São dadas três funções para computar a área sob a curva num intervalo finito.

trapz: aproxima a integral sobre a função, pelo somatório das áreas dos trapézios.

trapz(x, y): dá o valor da integral de y com o seu respectivo x usando para isso o método dos trapézios.

quad e quad 8: baseado no conceito matemático de quadratura.

16.4 - Diferenciação

polyder(a): determina a derivada numérica de a.

$y = 9x^3 + 2x^2 + 3x + 1$

$y = 9 \quad 2 \quad 3 \quad 1$

$\frac{dy}{dx} = 27x^2 + 4x + 3$

polyder(y) = 27 4 3

16.5 - Equações diferenciais

Nos casos em que as equações diferenciais não podem ser resolvidas algebricamente, é conveniente resolve-las numericamente. Por exemplo:



$\frac{d^2x}{dt^2} = \mu (1 - x^2) \frac{dx}{dt} + x = 0$ É a clássica equação diferencial de Van der Pol que descreve um oscilador.

Faz-se $y_1 = x$ e $y_2 = \frac{dx}{dt}$

então $\frac{dy_1}{dt} = y_2$ e $\frac{dy_2}{dt} = \mu (1 + y_1^2) y_2 - y_1$

time span = tspan = [0 30]

$y_0 = [1; 0]$

`ode45('vdpol', tspan, 40);`

`[t, y] = ode45('vdpol', tspan, 90);`

Traça o gráfico de y_1 x y_2

`plot(y(:, 1), y(:, 2))`

17 - GRÁFICO EM DUAS DIMENSÕES

17.1 - Usando o comando plot

plot(x,y,'s') onde: **x** representa o intervalo do eixo x usado para o traçado gráfico.

y representa os valores de y(ou **f(x)**).

s representa a cor(pode ser usada em geral a primeira letra da cor em inglês, exceto o preto que é representado pela letra **k**; representa também o tipo do caracter que vai simbolizar o traçado de cada ponto, por exemplo: *****, **o**, **x**, etc. e também representa o estilo da linha(- é a sólida, -- é a tracejada, : é a pontilhada, etc.)

Exemplo:

`x = -3:10;`

`y = x.^2`

plot(x, y): plotará o gráfico de uma função do 2º grau pré definida.

plot(x, x.^2): traça a mesma função anterior, definindo-a no próprio comando **plot**.

`y = sin(x)`

`z = cos(x);`

plot(x, y, x, z): serve para plotar duas curvas num mesmo gráfico.

plot(x, y, 'r*', x, z, ':b'): plota duas curvas no mesmo gráfico, sendo a primeira com linha sólida, na cor vermelha e os pontos representados por asteriscos e a segunda com linha pontilhada e na cor azul.

17.2 - Estilo de linhas , marcadores e cores

As configurações usadas no Matlab são:

TIPOS DE CORES	MARCADORES DE PONTOS	TIPOS DE LINHAS
y yellow(amarelo)	. point(ponto)	- solid(sólida)
m magenta(magenta)	o circle(círculo)	: dotted(pontilhada)
c cyan(azul-esverdeado)	x x-mark(x)	-. dashdot(trazo-ponto)
r red(vermelho)	+ plus(+)	-- dashed(tracejada)
g green(verde)	* star(asterisco)	
b blue(azul)	s square(quadrado)	
w white(branco)	d diamond(diamante)	



k	black(preto)	v	triangle(triângulo)
		^	triangle(triângulo)
		<	triangle(triângulo)
		>	triangle(triângulo)
		p	pentagram(estrela de 5 pontas)
		h	hexagram(estrela de 6 pontas)

17.3 – Janelas de gráficos

subplot(m, n, p): usado para você plotar vários gráficos, um em cada janela. O valor de **m** é um inteiro que representa o número de janelas por linha, **n** representa o número de janelas por coluna e **p** representa a janela onde será plotado o gráfico contando-se em ordem crescente da direita para a esquerda

17.4 - Configuração de grades, eixos, rótulos e legendas

grid on: é um comando que coloca grade no gráfico.

grid off: remove a grade colocada no gráfico.

axis on: exhibe os eixos coordenados.

axis off: exclui os eixos coordenados.

axis([xini xfim yini yfim]): muda os intervalos de exibição das abscissas e das ordenadas do gráfico em duas dimensões.

Exemplo:

axis([-2 4 0 6]): plota o gráfico da função em questão, sendo que os valores de x serão exibidos no intervalo de -2 a 4 e os valores de y serão exibidos no intervalo de 0 a 6.

x label (' rótulo do eixo x'): título do eixo x.

y label(' rótulo do eixo y'): título do eixo y.

title (' título '): coloca título no gráfico, centralizado, na parte superior da tela.

text (x, y, ' título'): coloca texto usando as coordenadas (x, y) como início do texto.

gtext (' título'): coloca título, que irá começar a ser escrito no local onde o mouse for clicado, coincidindo o início do texto com o cruzamento das duas retas que aparecem.

legend ('legenda'): cria uma caixa de legenda no canto direito superior. Quando desejar mudar de lugar, basta clicar na caixa e arrastar com o botão esquerdo do mouse.

Exemplo:

Se você for traçar duas curvas no mesmo gráfico, uma representando a função $y = \sin(x)$ e outra representando $y = \cos(x)$ e for fazer a legenda correspondente, deverá digitar:

```
x = 1:9;
```

```
plot(x, cos(x), 'r', x, sin(x), 'b')
```

```
legend('cos(x)', 'sin(x)')
```

OBS: A ordem da definição das funções que aparecem na legenda, deverá seguir a mesma ordem usada no comando plot.

legend off: apaga a legenda.

17.5 - Background da tela gráfica

colordef cor: colore o background(cor de fundo da tela) com a cor que você selecionou, a será aplicada sempre para a figura subsequente. Há só duas opções de cores para esta função: **white** e **black**.



Exemplo:

colordef black: colore o fundo da tela de preto.

colordef white: colore o fundo da tela de branco.

17.6 - Configuração de figuras

figure(n): ativa a janela da figura especificada.

clf: apaga a corrente figura.

17.7.- Manipulando gráficos

loglog: usa escala logarítmica para ambos os eixos.

semilogx: usa escala logarítmica só no eixo x.

semilogy: usa escala logarítmica só no eixo y.

hold on: mantém o gráfico atual na tela para ser impressa outra curva no mesmo gráfico.

hold off: desativa o comando hold.

zoom: expande a figura a cada click do botão esquerdo do mouse e clicando-se no botão direito acontece o contrário.

zoom off: desativa o comando zoom .

box: liga a caixa ao eixo(trança eixo das ordenadas e eixo das abscissas nos dois lados).

17.8 - Outros tipos de gráficos em duas dimensões

comet(x,y): traça o gráfico, semelhante ao comando **plot** só que você observa a curva sendo traçada. Caso a curva seja traçada muito rápido, você deverá diminuir o incremento de x, para observar melhor.

área(x, y, n): é semelhante ao comando plot (x, y), exceto que, a área sob a curva no intervalo de x dado, é hachurada. O valor de **n** representa o valor da ordenada no qual a área sob esta ordenada não é hachurada da mesma maneira que as outras.

pie(a,b): gráfico de torta, onde a é um vetor dos valores e b é a especificação da fatia da torta que ficará destacada das demais.

Exemplo:

a = [1 2 3 4 5]

pie(a, a == max(a)): plota os valores de **a**, sendo destacada a fatia que representa a parte maior deste conjunto de dados.

Para referenciar o que representa cada fatia usa-se o comando **legend** colocando tanto nomes quantos forem as fatias e seguindo a ordem relacionada no vetor **a**.

Exemplo: **legend('MG', 'SP', 'GO', 'PE', 'SC')**

pareto(a): os valores do vetor a são desenhados em barras em ordem crescente.

stairs(x, y): só contorna o gráfico exibido na tela, gráfico de "degrau".

bar(x,y): plota um gráfico de barras.

barh(x, y): plota horizontalmente um gráfico de barras.

hist(y): desenha um histograma de 10 caixas.

hist(y, n): desenha um histograma com **n** caixas.

hist(y, x): desenha um histograma usando os bins especificados em x (que é um vetor).

stem(z) : cria um gráfico através dos valores do vetor z conectados ao eixo horizontal por uma linha.

stem(x, z): plotar os dados em z para os valores especificados em x.

errorbar(x, y): plota o gráfico do vetor x versus o vetor y com representação de uma barra(semelhante ao simbolo de "fecha colchete").



compass(U, V): desenha um gráfico que exhibe os vetores com componentes (U, V) como setas emanando da origem.

feather.compass(z): desenha um gráfico que exhibe o ângulo e magnitude dos elementos complexos de z como setas emanando da origem.

feather(z): plota alguns dados usando arranjos que têm seus pontos igualmente espaçados em uma linha horizontal, semelhantes a penas de ave.

rose(v): desenha um histograma polar de 20 bins para os ângulos no vetor v.

rose(v, m): desenha um histograma com n bins.

ginput: dá a média dos pontos selecionados do corrente gráfico usando o mouse.

`[x, y] = ginput (n)`

fill(x, y,'c'): preenche o polígono em duas dimensões definido por um vetor coluna x e y e com a cor especificada c.

Exemplo: `d = [1 2 3 4]`

`e = [2 3 4 1]`

`fill(d, e, 'r')` vai ligar os pontos dados formando um triângulo na cor

vermelha.

17.9 – Coordenadas polares

polar(t, r, 's'), onde **t** = ângulo vetor em radianos

r = raio vetor

s = caracter opcional que descreve cor, marcador ou estilo de linha

Exemplo:

`t = linspace(0, 2*pi)`

`r = sin(2*t).*cos(2*t)`

`polar(t, r)`

18-GRÁFICOS TRIDIMENSIONAIS

Alguns comandos são iguais aos usados em gráficos de 2 dimensões, tais como os para colocar legenda, zoom, título, texto, etc.

18.1 - Traçado de linhas

O comando para traçar linha em duas dimensões pode também traçar essas mesmas linhas em três dimensões, usando- se para isso um outro comando:

plot3: plota linhas em três dimensões.

plot3(x₁,y₁,z₁,S₁,x₂,y₂,z₂,S₂,...)

x_n, y_n, z_n são vetores ou matrizes.

S_n são caracteres opcionais especificados pela cor, marcador de estilo de linha.

Exemplo:

`t = linspace(0, 10*pi)`

`plot3(sin(t), cos(t), t)`: desenha uma hélice.

`axis('ij')`: muda a direção da hélice.

18.2 - Gráficos de malha e superfície

`[x, y] = meshgrid(a,b)`



$z = f(x, y)$

mesh (z)

onde:

a: representa o intervalo que x varia.

b: representa o intervalo que y varia.

$z = f(x, y)$: é a definição de z em função de x e y.

mesh (z): plota a malha em terceira dimensão.

surface(z): igual mesh só que os espaços entre as linhas são preenchidos.

18.3 - Manipulando gráficos

Permite que você especifique o ângulo do qual se observa um gráfico (ou figura) em terceira dimensão.

view (azimuth, elevação): "elevação" descreve a localização do observador como um ângulo acima do plano xy e "azimuth" refere-se ao ângulo interior do plano xy onde o observador fica.

zlabel('rótulo'): usa-se para colocar rótulo no eixo z.

rotate3d on: aqui pode-se girar a figura, usando-se o mouse, para visualizá-la de vários ângulos, basta para isso apertar o botão esquerdo do mouse e arrastá-lo.

18.4 – Outros tipos de gráficos tridimensionais

ribbon(z): é o mesmo que **surf(z)**, só que no lugar de malhas serão traçadas tiras em três dimensões.

fill3(x, y, z): os vértices do polígono são especificados pelas triplas de componentes de x, y e z.

Exemplo:

fill3(rand(3,4),rand(3,4),rand(3,4),rand(3,4)): traça 4 triângulos cujos vértices são triplas geradas aleatoriamente.

contour(z): plota as curvas de nível da função z (gráfico de em segunda dimensão).

clabel(contour(z)) plota as curvas de nível z com suas respectivas cotas.

contourf(z): semelhante ao comando **contour(z)** só que os espaços entre as curvas de nível são preenchidos (coloridos).

contour3(z): plota as curvas de nível da função z (gráfico em terceira dimensão).

bar3 e **bar3h:** são versões em terceira dimensão de **bar** e **barh**.

pie3: é a versão em terceira dimensão de **pie**.

comet3: exibe o traçado animado de uma curva em três dimensões.

Exemplo:

t = 0:pi/50:10*pi;

comet3(sin(t),cos(t),t) você visualiza o desenho de uma hélice sendo traçado.

18.5 - Interpretando mapa de cores

colormap([R G B]): instala 64 entradas de cor.

RED	GREEN	BLUE	COR
0	0	0	black
1	1	1	white
1	0	0	red



0	1	0	green
0	0	1	blue
1	1	0	yellow
1	0	1	magenta
0	1	1	cyan
.5	.5	.5	medium gray
.5	0	0	dark red
1	.62	.40	copper
.49	1	.83	aquamarine

onde:

R G B representa os números(entre 0 e 1) que simbolizam as tonalidades respectivas das cores vermelha, verde e azul.

Exemplo:

colormap([0 0 1]): fará com que a figura tridimensional seja exibida na cor azul.

colormap([1 0 0]): fará com que a figura seja exibida na cor vermelha.

colormap([1 1 0]): fará com que a figura seja exibida na cor amarela.

colormap('default'): plota a figura nas cores padrão do Matlab.

18.6 - Usando cores para adicionar informações

A cor pode ser usada para adicionar informações aos gráficos em terceira dimensão se, e somente se, isto for usado para mostrar uma quarta dimensão.

surf(x, y, z, z): onde o quarto argumento é usado como um índice no colormap.

18.7 - Criando e alterando mapa de cores

brighten(n): controla a intensidade de cores escuras, onde:

(0 < n ≤ 1): é usado para clarear;

(-1 ≤ n < 0): é usado para escurecer.

19 - FERRAMENTAS DE MATEMÁTICA SIMBÓLICA

É uma coleção de ferramentas(funções) do MATLAB que são usadas para manipulação e resolução de expressões simbólicas.

19.1 – Criação de objetos simbólicos

Os objetos simbólicos são criados por meio de valores numéricos ou literais usando a função **sym**.

Exemplo:

x = sym('x'): cria uma variável simbólica x.

y = sym('1/3'): cria uma variável simbólica y contendo o valor 1/3.

Pode-se usar também a fórmula **sym(a, fmt)**, onde "a" é um valor ou matriz numérica e "fmt" é uma especificação opcional de formato que pode ser "f", "r", "e" ou "d" representando respectivamente os formatos "floating point format", "rational", "estimate error format", "decimal format". Quando a variável é composta de duas ou mais variáveis, usa-se a função **syms** para defini-la.



19.2 - Representação de expressões simbólicas

O MATLAB representa expressões simbólicas internamente como expressões contendo objetos simbólicos, para diferenciá-las das variáveis, expressões ou operações numéricas.

Exemplos de expressões simbólicas:

Expressões simbólicas	Representação do MATLAB
$y = \frac{1}{2x^3}$	<code>x = sym('x')</code>
$p = \frac{1}{\sqrt{2x}}$	<code>x = sym('x')</code>
$q = \cos(x^2) - \sin(2x)$	<code>x = sym('x')</code>
$m = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$	<code>syms('a', 'b', 'c', 'd');</code>
$k = \int_a^b (x^3 / \sqrt{1-x}) dx$	<code>syms x, a, b</code>

Entrada de dados no Matlab, relativas ao quadro acima:

i) **x = sym('x')**: cria uma variável simbólica x.

`y = 1./2.*x.^3` determina a expressão simbólica.

ii) **x = sym('x')**: cria uma variável simbólica x.

`p = 1./sqrt(2.*x)` determina a expressão simbólica.

iii) **x = sym('x')**: cria uma variável simbólica x.

`q = cos(x.^2) - sin(2.*x)` determina a expressão simbólica.

iv) **m = syms('a', 'b', 'c', 'd')**: cria as variáveis simbólicas a, b, c, d.

`m = [a, b; c, d]` cria a matriz simbólica:

$$m = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

`det(m) = [a b; c d];`

`ans =`

`a * d - b * c` acha o determinante da matriz simbólica m.

v) `k = syms x a b`

`k = int(x.^3./sqrt(1-x), a, b)` acha a integral de **a** até **b** da função especificada.

Outro exemplo:

$f = ax^2 + bx + c$, usando-se a sintaxe do MATLAB corresponderá a:

`syms a b c x`

`f = a * x ^ 2 + b * x + c`

que resulta:

`f =`



$$a * x^2 + b * x + c$$

19.3 – Derivadas simbólicas

diff(função, variável, ordem): determina a derivada de uma função simbólica.

onde: **função** : é uma função literal de uma ou mais variáveis.

variável: é a variável em relação a qual você deseja derivar.

ordem : é a ordem da derivada a ser calculada.

Exemplos:

i) $x = \text{sym}('x');$

diff(x³, x, 2): determina a derivada segunda de x^3 em relação a x , cujo resultado será: $\text{ans} = 6x$.

ii) $\text{syms } x \ y;$

$z = x^2 * \log(y) + \exp(-x) * \text{sqrt}(y)$

ii.1) **diff(z, x, 2):** determina a derivada de z em relação a x , resultando:

$\text{ans} = 2 * \log(y) - \exp(x) * \text{sqrt}(y)$

ii.2) **diff(z, y, 2):** determina a derivada segunda de z em relação a y , que resulta em:

$\text{ans} = -x^2 / y^2 + 1/4 * \exp(-x) / y^{3/2}$

19.4 – Integrais simbólicas

int(função, variável, a, b): determina a integral de uma função simbólica.

onde: **função** : é uma função literal de uma ou mais variáveis.

variável: é a variável em relação a qual você deseja integrar.

a : é o limite inferior da integral.

b : é o limite superior da integral.

Exemplos:

i) $\text{syms } x \ a \ b;$

i.1) $z = x + y^2;$

int(z, x, a, b): Calcula a integral da função z de a até b , em relação a x .
resulta: $\text{ans} = 1/2 * b^2 + y^2 * b - 1/2 * a^2 - y^2 * a$

i.2) Considerando a mesma função acima

int(z, y, 1, 3): Calcula a integral da função z de 1 até 3 , em relação a y .
resultando: $\text{ans} = 2 * x + 26/3$

19.5 – Inversa de funções

finverse(função, variável): determina a inversa de uma função

onde: **função**: é uma função literal de uma ou mais variáveis.

variável: é a variável em relação a qual você deseja achar a inversa.

Exemplos:

i) **finverse(a*x + b):** como se fosse achar a inversa de $y = ax + b$, que resulta:
 $\text{ans} = -(b-x)/a$

ii) **finverse(a*b + c*d - a*z, a):** como se fosse determinar a inversa de $y = ab + cd - az$ em relação à variável a , resultando em:

$\text{ans} = -(c*d - a)/(b - z)$

19.6 – Somatório de expressões

symsum(função, variável, a, b): determina a integral de uma função simbólica.



onde: **função** : é uma função literal de uma ou mais variáveis.

variável: é a variável em relação a qual você deseja achar o somatório.

a : é o limite inferior da integral.

b : é o limite superior da integral.

Exemplos:

i) Para determinar $\sum_1^n (2n - 1)^2$ procedemos assim:

`n = sym('n')`

`symsum(2*n-1)^2,1,n)`, cujo resultado será:

`ans = 11/3*n + 8/3 - 4*(n + 1)^2 + 4/3*(n + 1)^3`

ii) Para determinar $\sum_1^b (2an)^2$

`symsum((2*a*n),1,b)`, que resultará:

`ans = a*(b + 1)^2 - a*(b + 1)`

19.7 – Função composta

compose(função f, função g): determina a f o g, ou f(g(x)).

onde: **função f** : é uma função literal de uma ou mais variáveis.

função g : é uma função literal de uma ou mais variáveis.

Exemplo:

`f = x^2;`

`g = sin(x)`

compose(f, g): resulta: `ans = sin(x)^2`

compose(g, f): resulta: `ans = sin(x^2)`

19.8 – Raízes de equações

solve(f, a): determina as raízes da equação **f = 0**, em relação à variável **a**.

onde: **função f**: é uma função literal de uma ou mais variáveis.

a: é a variável livre.

Exemplo:

i) `f = x^2 + 3*x + 2`

solve(f): acha as raízes da função **f**, resultando:

`ans = [-2]`

`[-1]`

ii) `f = b - 5*a`

solve(f) ou solve(f, a): resulta: `ans = 5*a`

`solve(f, a)` resulta: `ans = 1/5*b`

19.9 – Multiplicação de polinômios

collect(f): determina o resultado da multiplicação dos polinômios de **f**.

onde: **função f**: é uma expressão envolvendo produtos de polinômios.

Exemplo:

`f = (x^2 + 1)*(x^3 + 2*x - 3)`

`collect(f)` resulta: `ans = x^5 + 3*x^3 - 3*x^2 + 2*x - 3`

19.10 – Simplificação de expressões



Há dois comandos que podem ser usados na simplificação de expressões:

I) **simplify(f)**: simplifica a variável **x** da função **f** pela variável(ou constante) **y**.
onde: **simplify**: simplifica expressões usando identidades.

função f: é uma função literal de uma ou mais variáveis.

II) **simple(f)**: simplifica expressões e coloca na forma técnica.

Exemplo:

$$g = (2*x + 1)*(x^2 + x)/(2*x + 2)$$

simplify(g) resulta: ans = 1/2*x*(2*x + 1)

simple(g) resulta: ans = x^2 + 1/2*x

19.11 – Substituição de variáveis e cálculo de expressões

subs(f, x, y): substitui a variável **x** da função **f** pela variável(ou constante) **y**.

onde: **função f** : é uma função literal de uma ou mais variáveis.

y : é uma variável ou uma constante para a qual se quer avaliar uma função.

Exemplo:

i) $f = x^2 + 2*x + 1$

i) $f = \text{subs}(f, x, y)$ resulta:

$$f = y^2 + 2*y + 1$$

ii) $f = x^2 + 2*x + 1$

$f = \text{subst}(f, x, 3)$ substitui **x** por **3** na função **f**, resultando:

$$f = 16$$

19.11.- Fatoração e expansão de polinômios

O Matlab usa dois comandos, um para fatorar polinômios e outro que faz o inverso, ou seja faz o produto de polinômios e ordena-os.

factor(f): fatora o polinômio **f**, expressando-o como um produto de polinômios.

expand(f): distribui o produto através de uma soma.

Exemplos:

syms a x

i) $f = x^4 - 5*x^3 + 5*x^2 + 5*x - 6$

$g = \text{factor}(f)$ fatora **f**, resultando em:

$$g = (x - 1)*(x - 2)*(x - 3)*(x + 1)$$

ii) $h = \text{expand}(g)$ resultará

$$h = x^4 - 5*x^3 + 5*x^2 + 5*x - 6$$

19.12.- Extração de numeradores e denominadores

Se você possui um polinômio racional ou então uma expressão que pode ser transformada em polinômio racional, o MATLAB lhe dá a opção de extrair o numerador e o denominador, usando-se a função **numden**.

[n, d] = numden(f): determina o numerador e o denominador de um polinômio racional.

onde:

n representa o numerador da fração.

d representa o denominador da fração.

Exemplo:



```
f = a*x^2/(b - x)
[n, d] = numden(f)
n =
    a*x^2
d =
    b - x
```

Obs: Se você usar o comando `numden(f)`, será obtido somente o numerador da fração ou seja: `ans = a*x^2`.

19.14 – Exibição de expressões na forma mais legível

pretty(f): coloca a função numa forma mais legível
onde: **f:** é uma função de uma ou mais variáveis.

Exemplo:

```
pretty(5/6*x^2+sqrt(x)-1/3*x^3) cuja resposta será;
ans = 5/6x2 + x1/2 - 1/3x3
```

$$\frac{5}{6}x^2 + x^{1/2} - \frac{1}{3}x^3$$

19.15 - Variável aritmética de precisão(vpa)

A função **vpa** avalia uma expressão simbólica para uma designada precisão sem afetar qualquer outra operação, o formato é :

vpa('expressão', d) onde :
expressão: é uma expressão simbólica.
d: é o número de dígitos desejado.

Exemplo:

```
vpa(pi,16): avalia o valor de pi com 16 dígitos
ans =
```

```
3.14159265358979
```

```
vpa(exp(1),12): avalia o valor de e(base do logaritmo neperiano) com 12 dígitos.
ans = 2.71828182846
```

19.16 – Equações diferenciais ordinárias

dsolve('f, cond', 'var'): computa soluções simbólicas para EDO.
onde:

f: é uma função de uma ou mais variáveis.
cond: são as condições iniciais(ou de contorno).
var é a variável em relação a qual deseja resolver o problema.

Exemplos:

i) Seja resolver a EDO de 1ª ordem: $\frac{dy}{dx} = 1 + y^2$, teremos:

```
dsolve('Dy = 1 + y^2') e cuja resposta será:
```

```
ans = tan(t - C1) onde C1 é uma constante de integração.
```

ii) Resolvendo o mesmo problema anterior, só que com a condição inicial $y(0) = 1$:



dsolve('Dy = 1 + y^2, y(0) = 1'): determina a solução da EDO em relação à variável x , cujo resultado será:

$$\text{ans} = \tan(t + \frac{1}{4} \cdot \pi)$$

OBS: o comando de resolução da EDO acima poderia também ser escrito assim: **dsolve('Dy = 1 + y^2, y(0) = 1, 'x')**, indicando que está resolvendo a equação em relação à variável x .

iii) Para resolver a seguinte EDO de 2ª ordem, com duas condições iniciais:

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = \cos(2t) - y \quad \frac{dy}{dt(0)} = 0 \quad y(0) = 1, \quad \text{usamos o comando:}$$

$$y = \text{dsolve('D2y = cos(2*t) - y, Dy(0) = 0, y(0) = 1')$$

obtendo a resposta(em relação a t): $y = -2/3 \cdot \cos(t)^2 + 1/3 + 4/3 \cdot \cos(t)$

para simplificar usamos o comando; $y = \text{simple}(y)$ cujo resultado será:

$$y = -1/3 \cdot \cos(2*t) + 4/3 \cdot \cos(t)$$

OBS: se quiséssemos esta mesma equação em relação à variável x , usaríamos:

$y = \text{dsolve('D2y = cos(2*t) - y, Dy(0) = 0, y(0) = 1', 'x')$, obtendo o resultado:

$$y = \cos(2*t) + (-2 \cdot \cos(t)^2 + 2) \cdot \cos(x)$$

19.17 - Conversão da forma numérica para forma simbólica

poly2sym(f, 'var'): converte a função f da forma numérica para a simbólica.

onde:

f: é um vetor de números.

var: é a variável livre.

Exemplos:

i) $f = [2 \ 3 \ -1 \ 5]$

$\text{poly2sym}(f, 'y')$ resulta:

$$\text{ans} = 2*y^3 + 3*y^2 - y + 5$$

ii) $\text{poly2sym}([3 \ 4 \ -2])$ resultará:

$$\text{ans} = 3*x^2 + 4*x - 2$$

19.18 - Conversão da forma numérica para forma simbólica

sym2poly(f): converte a função f da forma simbólica para a numérica.

onde:

f: é uma função simbólica.

Exemplo:

$$f = x^3 - 2*x + 7$$

$\text{sym2poly}(f)$ resultará:

$$\text{ans} = \quad 1 \quad -2 \quad 7$$

19.19 – Determinação das variáveis livres

As variáveis "default", principalmente as que são usadas nas transformadas de Fourier, Laplace e Z, são determinadas usando o comando **findsym**, tendo formas que permite você especificar diferentes variáveis independentes.

findsym(f): determina a variável livre da função f .

onde **f**: é uma função de uma ou mais variáveis.

Exemplos:



```
syms a x t w
i) f = x^3 - 2*x + 7
findsym(f)    resultará:
ans = x
ii) f = exp(-a*t)*cos(w*t)
findsym(f)    resultará:
ans = a, t, w
```

19.20 - Transformada de FOURIER

A transformada de Fourier é definida como:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t} dt$$

A transformada inversa de Fourier é dada por:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)e^{j\omega t} dt$$

A transformada e a transformada inversa de Fourier são extensivamente usadas na análise de circuitos para determinar características de ambos os sistemas de domínio de tempo e frequência. O MATLAB usa um "w" para representar o "ω" em expressões simbólicas.

fourier(f, t, w): determina a transformada usando os parâmetros **t** e **w**.

ifourier(f, t, w): determina a transformada inversa usando os parâmetros **t** e **w**.

Exemplo:

```
syms t w
```

```
f = t*exp(-t^2): cria uma função.
```

```
f =
```

```
t*exp(-t^2)
```

```
F = fourier(f,t,w): determina a transformada usando os parâmetros usuais t e w, que resulta em:
```

```
F = -1/2*i*pi^(1/2)*w * exp(-1/4*w^2)
```

```
ifourier(F, w, t): encontra a transformada inversa de Fourier, que resultará:
```

```
ans =
```

```
1/2*4^(1/2)*t*exp(-t^2)
```

19.21 – Transformada de Laplace e transformada inversa de Laplace

A transformada de Laplace efetua a operação:

$$L(s) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt$$

para transformar **f(t)** no domínio **tempo** para **L(s)** no domínio **s**, usamos então:

laplace(f, t, s): determina a transformada de Laplace **f(t) → L(s)**.

onde:

f: é uma função de uma ou mais variáveis.

t: representa o tempo.

s: é a variável livre.



Exemplo:

```
syms a s t w
f = exp(-a*t)*cos(w*t)      cria uma expressão f(t)
L = laplace(f, t, s)        acha a transformada f(t) → L(s), resultando em:
L = (s + a)/((s + a)^2 + w^2)
```

Para determinar a transformada inversa de Laplace, usamos o comando:

ilaplace(L, s, t)

Exemplo:

ilaplace(L, s, t): transforma $L(s) \rightarrow f(t)$, que resulta em:
`ans = exp(-a*t)*cos(w*t)`

19.22 – Transformada Z e transformada inversa Z

As transformadas Z são usadas para analisar sistemas discretos de tempo. A transformada Z é definida como:

$$F(z) = \sum_{n=0}^{\infty} f(n)z^{-n} \quad \text{onde } N \text{ é um número complexo.}$$

ztrans(f, n, z): determina a transformada Z.

iztrans(G, z, n): determina a transformada inversa Z.

onde:

f: é uma função da variável **n**.

n e z: são os parâmetros usuais.

G: representa a transformada Z da função **f**.

Exemplo: `syms n z`

`f = 2^n/7 - (-5)^n/7` cria uma função $f(n)$, também representada por:

`f = 1/7*2^n - 1/7*(-5)^n`

`G = ztrans(f, n, z)` transforma usando os parâmetros usuais **n** e **z**, resultando:

`G = z/(z - 2)/(z + 5)`

Para determinar a transformada inversa Z usamos:

`iztrans(G, z, n)` determina a transformada inversa Z, que resultará:

`ans = 1/7*2^n - 1/7*(-5)^n`

19.23 – Plotando expressões simbólicas

ezplot(f, [inic fim]): traça o gráfico da função simbólica **f**.

onde:

f: é uma função de uma variável.

[inic fim]: é o intervalo de variação da abscissa **x**, se este for omitido será assumido o intervalo "default" $[-2\pi \ 2\pi]$

Exemplo: `x = syms('x')`

`f = sin(x) + x^2`

`ezplot(f, [-3 5])` traça o gráfico de **f** com **x** variando de -3 até 5 .



19.24 – Caixa de ferramentas de funções(FUNTOOL)

O Matlab tem uma caixa de ferramentas que faz diversas operações como se fosse uma "calculadora de funções". Para acioná-la basta digitar o comando **funtool**.

Surgirão na tela, três janelas com as seguintes características:

- i) Na 1ª figura aparecerá o gráfico da função **f(x)** que for definida na janela 3.
- ii) Na 2ª figura aparecerá o gráfico da função **g(x)** que for definida na janela 3.
- iii) Na 3ª figura aparecerá primeiramente o espaço para você entrar(definir) com a função **f(x)**. Em seguida tem-se o espaço para você entrar(definir) com a função **g(x)**. Após aparece o local onde você definirá o intervalo da abscissa **x**(o intervalo *default* assumido é de $[-2*\pi, 2*\pi]$). Em seguida vem o espaço em que você pode entrar com uma constante **a** qualquer pela qual, sobre a função **f(x)** serão poderão ser efetuadas várias operações matemáticas. Abaixo opções que você aciona de maneira semelhante às teclas de uma calculadora; segue a função de cada tecla:

df/dx → Derivada de $f(x)$.

int f → Integral de $f(x)$.

simple → Simplifica $f(x)$.

num f → Traça o gráfico da função do numerador de $f(x)$ (se for função racional).

den f → Traça o gráfico da função do denominador de $f(x)$ (se for função racional).

1/f → Traça o gráfico de $1/f(x)$.

finv → Plota o gráfico da inversa de $f(x)$.

f + a → Traça o gráfico de $f(x) + a$.

f - a → Traça o gráfico de $f(x) - a$.

f * a → Traça o gráfico de $f(x) * a$.

f / a → Traça o gráfico de $f(x) / a$.

f ^ a → Traça o gráfico de $f(x) ^ a$.

f (x+ a) → Traça o gráfico de $f(x + a)$.

f (x* a) → Traça o gráfico de $f(x * a)$.

f + g → Traça o gráfico de $f(x) + g(x)$.

f - g → Traça o gráfico de $f(x) - g(x)$.

f * g → Traça o gráfico de $f(x) * g(x)$.

f / g → Traça o gráfico de $f(x) / g(x)$.

f (g) → Traça o gráfico da função composta $f(g(x))$.

g = f → Faz $g(x) = f(x)$.

swap → Troca as funções $f(x)$ com $g(x)$.

Insert → Adiciona a função $f(x)$ atual à lista de funções existente.

Cycle → A cada clique, vai mostrando as funções da lista de funções.

Delete → Apaga a função ativa da lista de funções.

Reset → Configura os valores de **f, g, x, a** e a **lista de funções** para seus valores normais(*default*).

Help → Mostra a ajuda de caixa de ferramenta de funções(funtool).

Demo → Mostra a geração da função $f(x) = \text{sen}(x)$ usando 9 passos.

Close → Fecha esta caixa de ferramentas.

19.25 -Análise de sinal

A caixa de ferramentas de processamento de sinal proporciona ferramentas para examinar e analisar sinais; examinando e analisando seu teor de frequências ou espectro e criando filtros.



Exemplo:

Vamos construir um sinal de ruídos:

```
t = linspace (0, 10, 512);    eixo do tempo
x = 3*sin(5*t) - 6*cos(9*t) + 5 *randn((size(t)));
plot(t, x)    plota sinal com ruído Gaussiano
```

Maiores detalhes e outras opções relativas a análise de sinal, por se tratar de um assunto mais complexo, serão abrangidos numa próxima apostila.

20.- IMPRESSÃO DE FIGURAS

20.1.- Imprimindo figuras na impressora

Para imprimir as figuras que são feitas no MATLAB usam-se os comandos:

print -dwin: quando se quer imprimir as figuras em impressora no modo preto e branco.

print -dwinc: quando se quer imprimir as figuras em impressora no modo colorido.

Podem ser usados 3 comandos que especificam a orientação da figura no papel na hora da impressão:

orient portrait : especifica a impressão normal.

orient landscape: especifica a impressão horizontal, no sentido do maior lado da folha.

orient tall: funciona como se "espichasse" o desenho na horizontal e na vertical.

20.2.- Salvando figura em um arquivo bitmap(extensão BMP)

Para salvar uma figura num arquivo com extensão BMP, que posteriormente poderá ser inserida, como "figura", em *softwares* tais como o Word for Windows, o Excel, etc., deve ser usado o comando:

```
print -dbitmap path filename
```

onde:

path: é o caminho onde será gravado o arquivo(drive e pasta).

filename: é o nome do arquivo, que assumirá automaticamente a extensão **bmp**.

Exemplos:

i) **print -dbitmap c:\windows\parabol:** a figura atual será salva, num arquivo com o nome parabol.bmp, na pasta windows do drive C.

ii) **print -dbitmap a:\curva:** a figura atual será salva, num arquivo, com o nome curva.bmp no seu disquete.

21 - AJUDA(HELP)

Há diversos tipos de ajuda(help) no Matlab algumas são acionadas por meio do menu e outras são digitadas na linha de comandos.

21.1 - Ajuda através do menu

Acionando o menu **Help** você terá a opção dos comandos:

Help window: possibilita pesquisar os assuntos através dos tópicos do Matlab.

Tips: aparecerão as explicações de como usar os três tipos de Help que devem ser digitados na linha de comandos.

Examples e demos: há vários exemplos e demonstrações de funções do Matlab que podem ser visualizadas.

21.2 - Ajuda na linha de comandos



São comandos que devem ser digitados e em seguida deve ser apertada a tecla **Enter** para eles serem acionados.

help comando: serve para acionar a ajuda sobre o comando ou função do Matlab especificado.

Exemplo:

help plot: aparecerão as informações relativas à função **plot** na linha de comando do Matlab.

helpwin comando: semelhante ao comando anterior só que as mesmas informações irão aparecer numa janela de help.

heldesk: irá fazer uma conexão com a página do Matlab na Internet onde você poderá ter outras informações como problemas que possam surgir no Matlab, etc.

lookfor palavra: mostrará na linha de comandos todas as funções que tenham alguma relação com a palavra especificada.

Exemplo:

lookfor inverse: aparecerão as funções do Matlab que tenham alguma ligação com a palavra inverse, como **asec**(inversa da secante), **ifft**(transformada inversa de fourier), etc.

demo: semelhante ao comando do Help de menu: "examples e demos". s

21.3 - Outros tipos de ajudas

O Matlab tem algumas outras ajudas que estão embutidas em comandos de demonstrações específicas de funções, bastando que estes sejam digitados na linha de comandos.

Exemplos:

symintro: dá uma introdução à caixa de ferramentas de matemática simbólica.

symcalcdemo: demonstra a utilização de diversas funções simbólicas.

symlindemo: mostra algumas aplicações de álgebra linear simbólica.

symvpademo: demonstra o uso de variável aritmética de precisão.

symrotdemo: mostra características de rotações de plano.

symeqndemo: demonstra resolução de equações simbólicas.

xpsound: demonstra a capacidade de som do Matlab.

imagedemo: demonstra a capacidade de imagem do Matlab.

graf2d: mostra traçados de curvas em 2 dimensões.

graf2d2: mostra traçados de curvas em 3 dimensões.

xfourier: demonstra séries de expansão de Fourier.

truss: inclinações da estrutura de uma ponte.

xpquad: demonstra deformações horizontais e verticais num paralelepípedo.

wrldtrv: mostra a rota entre localidades do globo terrestre.

xplang: dá uma introdução à linguagem de programação do Matlab.

Existem muitos outros tipos de demonstrações deste tipo que podem ser encontrados na bibliografia anexa.

22.– SÓLIDO EM REVOLUÇÃO

O Matlab tem uma função chamada **makevase** que ativa uma janela denominada *Making a Vase*(fazendo um vaso), proporcionando a possibilidade de gerar sólidos em revolução. Na janela, que usa as mesmas características de confecção de um vaso de barro, tem as opções:



Assim que é digitado **makevase** na linha de comandos, você deve clicar na opção **New Shape**, logo aparecerá na primeira janela uma linha vermelha que representará o centro de rotação.

Você deverá, em seguida, ir clicando com o botão **esquerdo** do mouse fazendo o contorno da sua figura sendo que, o último ponto deverá ser feito com o botão **direito** do mouse, aparecendo então a figura na tela.

New Shape: deve ser acionado("clicado") para se fazer uma nova figura(molde).

Comment Window: é uma janela que fornece as instruções(passos) para confecção da superfície em revolução.

Info: abre uma janela de ajuda sobre como usar a função **makevase**.

Close: fecha a janela relativa à função **makevase**.



23 – BIBLIOGRAFIA

HANSELMAN, D. & LITTLEFIELD, B. *The student edition of MATLAB: version 5, user's guide/* The Math Works, INC, Prentice – Hall: New Jersey, 1997.

CHAPMAN, Stephen, *Programação em Matlab para Engenheiros*. Thomson.2002

Universidade São João Del Rei